TOPOLOGICKÉ POJMY – DALŠÍ POKRAČOVÁNÍ, PARCIÁLNÍ DERIVACE

1. Nechť $F \subset \mathbf{R}^n$ je uzavřená množina, funkce $f\colon F \to \mathbf{R}$ je spojitá na F vzhledem k F a $\alpha \in \mathbf{R}$. Potom jsou množiny $\{x \in F; f(x) \geq \alpha\}$, $\{x \in F; f(x) \leq \alpha\}$ a $\{x \in F; f(x) = \alpha\}$ uzavřené.

2. Nechť $r, s \in \mathbf{N}$ a nechť $M \subset \mathbf{R}^s$, $L \subset \mathbf{R}^r$ a $\tilde{\boldsymbol{x}} \in M$. Nechť $\varphi_1, \ldots, \varphi_r$ jsou funkce definované na M, spojité v bodě $\tilde{\boldsymbol{x}}$ vzhledem k M a $[\varphi_1(\boldsymbol{x}), \ldots, \varphi_r(\boldsymbol{x})] \in L$ pro každé $\boldsymbol{x} \in M$. Nechť $f\colon L \to \mathbf{R}$ je spojitá v bodě $[\varphi_1(\tilde{\boldsymbol{x}}), \ldots, \varphi_r(\tilde{\boldsymbol{x}})]$ vzhledem k L. Potom složená funkce $F\colon M \to \mathbf{R}$ určená předpisem

$$F(\boldsymbol{x}) = f\big(\varphi_1(\boldsymbol{x}), \varphi_2(\boldsymbol{x}), \ldots, \varphi_r(\boldsymbol{x})\big), \quad \boldsymbol{x} \in M,$$

je spojitá v $\tilde{\boldsymbol{x}}$ vzhledem k M.

3. Určete uzávěr, hranici a vnitřek množiny $M = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ |x + y| - x - y > 0\}$.

Vypočtěte parciální derivace prvního řádu funkce f všude, kde existují.

4. $f(x, y) = \min\{x^2 + y^2, 1\}$

5. $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

6. $f(x, y) = |y - \sin x|$